

# Minoische Bruchzahlzeichen und ihre Selbständigkeit

Von Hans L. Stoltenberg

## I.

Die so eigenartige minoische Kultur auf Kreta aus der ersten Hälfte des zweiten Vorjahrtausends mit ihren prachtvollen Bauten, ihren herrlichen Gefäßen und ihren wundervollen Gemälden ist durch die vielen Ausgrabungen weithin bekannt.

Bekannt war auch das Vorhandensein einer eigenen, vom Ägyptischen und Sumerisch-Akkadischen völlig abweichenden Schrift. Zunächst war nur soviel klar, daß es zwei Arten dieser Schrift gab.

Minoisch A war die altminoische Schrift, vor allem auf den von Carratelli herausgegebenen Tontafeln von Hagia Triada im Süden Kretas aus dem 16. Vorjahrhundert.

Minoisch B, mit einer sehr viel kleineren Anzahl von Zeichen, war die jungminoische Schrift. Sie fand sich auf der Insel selber, vor allem in den von Arthur Evans veröffentlichten Inschriften von Knossos aus dem 15. Vorjahrhundert, dann aber auch auf dem griechischen Festland, vor allem in den von Bennett zugänglich gemachten Inschriften von Pylos aus dem 14. Jahrhundert.

Diese Inschriften blieben lange Zeit, trotz angestrebter Bemühungen, ungedeutet. Endlich gelang es 1952 dem Engländer M. Ventris, die Zeichen von Minoisch B zu entziffern, und zwar durch die Annahme, daß es sich bei ihm um die Sprache der etwa um 1900 in Griechenland eingewanderten Achäer handelt, um die am Ende des 15. Jahrhunderts auch in Kreta seßhaft gewordenen Träger der mykenischen Kultur.

Während die beiden gleichzeitigen Schriften, die Hieroglyphen und die Keilschrift, aus Wortzeichen, Lautzeichen und Deutzeichen gemischte Schriften waren (Friedrich 10; 35), erwies sich diese Schrift als eine völlig reine und deshalb auch sehr leicht lesbare Lautschrift, mit Zeichen für die Klanglaute und für offene Silben mit einem Geräuschlaut am Anfang.

Die auf die Weise gedeuteten Schriftzeichen von Minoisch B waren nun auch in Minoisch A vorhanden, und man durfte bis zum Beweis des Gegenteils annehmen, daß sie dort den selben Lautwert besäßen. Dazu kamen aber noch etwa dreißig von den Achäern beiseite gelassene Zeichen; und es tauchte die Frage auf, was diese Zeichen noch bedeuten könnten und welche nichtachäische Sprache in Minoisch A enthalten sei.

Nun ist uns aus dem Altertum überliefert, daß zur Zeit des Minos ein kretischer Volksstamm, die Termilen, nach dem kleinasiatischen Lykien ausgewandert sei. Die Sprache dieser Termilen ist in etwa 200 Inschriften aus einer tausend Jahre später liegenden Zeit auf uns gekommen, mit denen ich mich in Verfolg meiner etruskischen Forschungen besonders eingehend beschäftigt hatte; und da kam mir der Plan, wie Ventris die achäische Sprache zur Deutung von Minoisch B, so die termilische Sprache zur Deutung von Minoisch A zu verwenden.

Dieser Plan erwies sich als erfolgreich, und zwar ergab sich, daß auch die in Minoisch A noch nicht gedeuteten Zeichen für offene Silben waren, aber, was sehr überraschte und ein neuer Hinweis für die Selbständigkeit der Minoer war, im großen und ganzen für offene Silben mit zwei Geräuschlauten am Anfang.

Auf ihre Verwendung werden die Achäer deswegen verzichtet haben, weil sie es für bequemer hielten, für diese neu zu lernenden Zeichen jeweils zwei schon anderweitig gebrauchte Zeichen zu setzen, d. h. die Silbe mit zwei Geräuschlauten am Anfang in zwei Silben mit nur einem Geräuschlaut am Anfang und demselben Klanglaut zu zerlegen. also etwa pra in pa ra oder klu in ku lu.

## II.

Die auf die Weise entzifferten Inschriften von Minoisch B und Minoisch A enthalten im Wesentlichen Angaben über Zuteilung

von Waren an verschiedene Personen und deshalb auch vielfach Zahlzeichen.

Die Minoer bezeichneten dabei schon in sehr früher Zeit, wie viele andre Völker auch, die Zahleinheit mit einem Strich und setzten dann so viele Striche hintereinander als Einheiten gefunden waren. Dies Verfahren hatte aber bald seine Grenzen; so bündelten sie die ersten zehn Striche und setzten für die Zehn als neues Zeichen einen Punkt, wie die Ägypter einen nach unten offenen Bogen und die Sumerer einen Kreis, oder später einen nach rechts offenen Winkel.

Zehn Zehner erhielten unter neuer Bündelung zu Hundert ein weiteres Zeichen, im Minoischen einen Kreis, im Ägyptischen dagegen eine Spirale. Zehn Hunderter bekamen durch weitere Bündelung ein neues Zeichen in einem, an das sumerische Zeichen für 3600 erinnernden, umstrichelten Halbkreis.

Dies Verfahren der Zahlzeichenbildung ist grundsätzlich erweiterbar; wie weit es bei den Minoern durchgeführt ist, entzieht sich unserer Kenntnis. Wenn dabei im Minoischen die höheren Zahlzeichen links von den niederen stehn, so kann man annehmen, daß die Minoer die Einerzeichen genau wie ihre Lautzeichen von links nach rechts aneinander gereiht haben.

### III.

Nun hatten die Minoer natürlich auch Vorstellungen von Teilen, sei es von Teilen einer Fläche (eines Landes), eines Körpers (eines Stocks) oder auch von Teilen einer größeren Menge von Sachen (Korn, Öl), die gleichmäßig auf mehrere Personen zu verteilen waren.

Daß es auch für solche Vorstellungen Namen gegeben hat, für ein Halbes, ein Drittel usf. ist höchst wahrscheinlich; jedenfalls entstanden bei den Minoern auch Zeichen dafür. Es sind Zeichen für „Brüche des Zählers 1“, also für „Stammbrüche“ (Neugebauer 24). Wir finden sie auf den aus dem 16. Vorjahrhundert stammenden Geschäftsurkunden von Hagia Triada im Süden Kretas.

Den ersten größeren Versuch zur Deutung dieser Zeichen hat Emmett L. Bennett jr. gemacht. Ich habe ihn in dem Abschnitt

„Jungminoische Lautschrift und altminoische Bruchzahlzeichen“ meines Buchs über „Die termilische Sprache Lykiens“ fortgeführt. Es ergab sich so die folgende, hier noch durch das letzte Glied  $\frac{1}{16}$  (HT 20) ergänzte Reihe von Stammbruchzeichen.

$\frac{1}{2}$	L										
$\frac{1}{3}$	λ							$\frac{2}{3}$	$\frac{L}{\lambda}$		
$\frac{1}{4}$	γ							$\frac{3}{4}$	$\frac{L}{\gamma}$		
$\frac{1}{5}$	2	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{2}$					$\frac{3}{5}$	$\frac{L}{T}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{22}{22}$
$\frac{1}{6}$	+							$\frac{5}{6}$	L λ		
$\frac{1}{8}$	7	$\frac{3}{8}$	77					$\frac{5}{8}$	$\frac{L}{7}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{L}{77}$
$\frac{1}{9}$	ϕ	$\frac{2}{9}$	ϕϕ	$\frac{4}{9}$	λϕ			$\frac{11}{18}$	L ϕ	$\frac{7}{9}$	$\frac{L}{\phi}$
$\frac{1}{10}$	T	$\frac{3}{10}$	2T	$\frac{9}{10}$	7T	$\frac{7}{20}$	7T	$\frac{7}{10}$	L 2	$\frac{9}{10}$	$\frac{L}{2}$
$\frac{1}{12}$	≠	$\frac{5}{12}$	7+					$\frac{7}{12}$	$\frac{L}{\neq}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{L}{7} +$
$\frac{1}{16}$	7							$\frac{11}{16}$	L 77		

Die H ä l b u n g ist dabei durch einen wagrechten Strich ausgedrückt, vielleicht schon in dem Zeichen für  $\frac{1}{2}$ , dann aber sicher in den Zeichen für  $\frac{1}{8}$  zu  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$  zu  $\frac{1}{3}$  und  $\frac{1}{12}$  zu  $\frac{1}{6}$ .

Zeichen für die höheren Primzahlbrüche  $\frac{1}{7}$ ,  $\frac{1}{11}$  und  $\frac{1}{13}$  sind nicht überliefert, ebensowenig wie Zeichen für  $\frac{1}{14}$  und  $\frac{1}{15}$  sowie Zeichen für Brüche über  $\frac{1}{16}$  hinaus.

Eine so lange Reihe von Sonderzeichen für Stammbrüche ist in der Geschichte der Mathematik sonst nicht überliefert, was für ihre Selbständigkeit spricht, auch wenn etwa das Zeichen für  $\frac{1}{2}$  mit dem entsprechenden sumerischen Zeichen zusammenhängen sollte.

Im übrigen ist dies Verfahren der Bezeichnung von Stammbrüchen durch eigene Zeichen nicht beliebig erweiterbar und steht deshalb noch auf einer niederen Stufe.

Zeichen für eigentliche Stammbrüche gibt es im Keilschriftlichen nur für  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{1}{3}$  im Ägyptischen außerdem noch für  $\frac{1}{4}$ . Dazu kommt an Zeichen für Stammbrüche im erweiterten Sinn: im Keilschriftlichen ein solches für  $\frac{2}{3}$  und im Ägyptischen außerdem noch ein solches für  $\frac{3}{4}$  (Neugebauer 87).

Ob im Keilschriftlichen oder im Ägyptischen in früherer Zeit, ähnlich wie im Minoischen, noch mehr Zeichen für eigentliche Stammbrüche mit dem Zähler 1 vorhanden gewesen sind, läßt sich nicht mit Sicherheit sagen.

Auf jeden Fall hatten die Ägypter zu der Zeit, aus der die minoischen Zeichen überliefert sind, eine schon höhere Stufe erreicht, indem sie auf eigene Bruchzahl-Zeichen verzichteten, von den schon vorhandenen beliebig erweiterbaren Zeichen für ganze Zahlen ausgingen und diese dann durch das vorangestellte Zeichen für 1 als Stammbrüche mit dem Zähler 1 kennzeichneten (Neugebauer 86).

Eine Abhängigkeit der Minoer von den Ägyptern wird also auch hier nicht bestanden haben.

Daß Bennett eine solche Abhängigkeit dennoch angenommen und deshalb unter den minoischen Zeichen auch ein solches für  $\frac{2}{3}$  gesucht und in dem Zeichen für  $\frac{1}{3}$  gefunden zu haben geglaubt hat, ist der Grund dafür, daß er — eingestandenermaßen — mit seinen Überlegungen nicht zum rechten Ende gekommen ist. Nur die Stammbruchzeichen für  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  und  $\frac{1}{8}$  sind von ihm richtig gedeutet.

#### IV.

Nun konnte es sich nicht nur um einen Teil, sondern um mehrere gleiche Teile handeln. Dann hatte man nicht nur Brüche mit dem Zähler 1 oder Stammbrüche, sondern auch Brüche mit einem höheren Zähler vor sich, also abgeleitete Brüche oder Zweigbrüche, wie ich sie der Kürze halber und um im Bilde zu bleiben mir zu nennen erlaubt habe. Echte Zweigbrüche sind dann solche, deren Zähler kleiner als der Nenner ist.

Zur Bezeichnung von solchen Brüchen werden die Minoer die Zeichen für die Stammbrüche genau wie sonst die Zeichen für die ganzen Zahlen zunächst zu zweien, dreien, vieren usf. aneinander gereiht haben.

Das aber wurde mit der zunehmenden Anzahl der Teile unübersichtlich, und so haben die Minoer auch hier das Mittel der Bündelung gleicher Zeichen angewandt, und zwar der Bündelung zu Stammbruchzeichen höheren Wertes. Dabei suchten sie natürlich möglichst wenig Stammbruchzeichen zu verwenden, das aber heißt jeweils möglichst viele Zeichen zusammenzuziehen, so daß z. B. alle Zweigbrüche über  $\frac{1}{2}$  an erster Stelle das Zeichen für ein Halbes erhielten. Dabei waren die Minoer auch veranlaßt, das Verfahren der Kürzung von Brüchen ( $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ) und der Erweiterung von Brüchen ( $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ ) anzuwenden, das ihnen also geläufig gewesen sein muß.

Aus drei Vierteln wurden so zwei Viertel, d. h. ein Halbes, und ein Viertel. Zwei Fünftel bleiben stehn und ebenso vier Fünftel, weil bei der Bündelung nichts Einfacheres herausgekommen wäre; aus drei Fünfteln aber wurden (über sechs Zehntel) fünf Zehntel, d. h. ein Halbes, und ein Zehntel. Zwei Sechstel waren ein Drittel; drei Sechstel ein Halbes; vier Sechstel drei Sechstel, d. h. ein Halbes, und ein Sechstel; und fünf Sechstel drei Sechstel, d. h. ein Halbes, und zwei Sechstel, d. h. ein Drittel. Nun waren vier Sechstel auch zwei Drittel, so daß dann dieser Bruchteil statt mit zwei Dritteln auch mit einem Halben und einem Sechstel bezeichnet wurde.

In dieser Weise ging dann die Bündelung weiter, wie sich aus der vorstehenden Tafel ergibt, auf der die unumrandeten Zeichen überliefert, die andern gefolgert sind. So entwickelte sich ein Verfahren der schriftlichen Darstellung eines Zweigbruches, als einer Reihe von gleichen Stammbrüchen, durch eine möglichst kurze Reihe von verschiedenen Stammbrüchen möglichst hoher Werte.

Von Bennett richtig gedeutet sind von diesen Zweigbruchzeichen im übrigen nur  $\frac{3}{8}$  und  $\frac{3}{4}$  sowie  $\frac{5}{6}$  und  $\frac{5}{8}$ ; das liegt an seiner irrigen Deutung des Zeichens für  $\frac{1}{5}$ .

Veranlaßt wurde diese Art der Bündelung wohl zunächst bei der Zuteilung von Korn oder Öl durch Hohlmaße (oder bei dem Zuwiegen durch Gewichtsteine). Diese waren wahrschein-

lich nur in Stammbruch-Größen vorhanden, und von ihnen wurde dann der Einfachheit halber jeweils zunächst das größte genommen, also für  $\frac{5}{8}$  zunächst ein Halb-Maß und dann ein Achtel-Maß statt fünf mal ein Achtel-Maß.

Eine schriftliche Darstellung von Zweigbrüchen durch eine möglichst kleine Reihe von verschiedenen Stammbrüchen möglichst kleiner Werte hatten im übrigen auch die Ägypter, aber auf der oben genannten höheren Stufe der beliebig erweiterbaren Stammbruchbildung. Deshalb werden die alten Minoer (nicht nur inbezug auf die Ganzzahlzeichen und nicht nur inbezug auf die Stammbruchzeichen, sondern) auch inbezug auf die Darstellung von Zweigbrüchen durch Stammbrüche den Ägyptern gegenüber selbständig gewesen sein. Denn sonst hätten sie wohl das höhere Verfahren der Stammbruchbildung (durch die Ziffern für Ganze mit einem Zusatzzeichen) mit übernommen.

Die Feststellung dieser Unabhängigkeit der alten Minoer von den Ägyptern auf dem Gebiet der Zahlen ist im übrigen auch für die Entscheidung über ihre Abhängigkeit oder Unabhängigkeit auf anderen Gebieten von Wichtigkeit.

## V.

Im übrigen sind diese minoischen Stammbruchzahlen und ist diese minoische Stammbruchrechnung nur in Minoisch A überliefert. Die Achäer, die Schreiber von Minoisch B, haben dies Verfahren in den auf uns gekommenen Geschäftsurkunden aus Knossos und Pylos nicht mehr gebraucht. Sie haben sich eines andern Mittels bedient, nämlich der Verwendung von Zeichen nicht mehr für Bruchzahlen, sondern für Bruchmaße. Sie hatten Reihen von Zeichen für immer kleinere Maße, die je einen Stammbruchteil des übergeordneten Maßes ausmachten, was Bennett richtig erkannt und Sundwall dann genauer ausgeführt hat.

So enthält z. B. nach Sundwall das Vollmaß für Trocknes (A) zehn Bruchmaße erster Stufe

$$B = \frac{1}{10} A,$$

dies Bruchmaß 8 Bruchmaße zweiter Stufe

$$C = \frac{1}{8} B = \frac{1}{80} A$$

und dies Bruchmaß wieder 4 Bruchmaße dritter Stufe

$$D = \frac{1}{4} C = \frac{1}{3\frac{1}{2}} B = \frac{1}{3\frac{1}{2}0} A.$$

Für

$$4\frac{7}{20}$$

schrieb man so z. B. nicht mehr wie die alten Minoer

$$4\frac{1}{4}\frac{1}{10} (= 4\frac{5}{20}\frac{2}{20}),$$

sondern

$$4 A \ 3 B \ 4 C = 4 A \ \frac{3}{10} A \ \frac{4}{80} A.$$

Ganz einfach gesagt: man schrieb nicht mehr  $2\frac{1}{2}$  Liter, sondern 2 Liter 1 Schoppen.

Dies neue Verfahren war den Achäern für ihre Zwecke brauchbarer erschienen, und so mußte ihm das eigentlich minoische Verfahren weichen, so eigenartig und so sauber gedacht es auch gewesen ist.

Bennett, Emmett L. jr.: Fractional quantities in Minoan bookkeeping. *American Journal of Archaeology* **54**, 204—222 (1950).

Carratelli, Giovanni Pugliese: Le iscrizioni preelleniche di Haghia Triada in Creta e della Grecia Peninsulare. *Monumenti Antichi*, Milano **40**, 421—610 (1945) (= HT).

Evans, Arthur: *Scripta Minoa*. London I (1909); II (1952).

Friedrich, Johannes: *Entzifferung verschollener Schriften und Sprachen*. Berlin 1954.

Neugebauer, O.: *Vorgriechische Mathematik*. Berlin 1934.

Stoltenberg, Hans L.: *Die termilische Sprache Lykiens*. Sprachbau und Wortschatz, Stele von Xanthos, Verwandtheit mit dem Etruskischen, jungminoischer Lautschatz und altminoische Bruchzahlzeichen. Gottschalksche Verlagsbuchhandlung. Leverkusen 1955.

-- Neue Deutung minoischer Zeichen aus dem verwandten Termilischen und Kleinasiatischen. *Glotta* **35** (1956).

- Etruskische Sprachlehre mit vollständigem Wörterbuch. Gottschalksche Verlagsbuchhandlung. Leverkusen 1950.

Sundwall, Johannes: Zu den knossisch-pylischen Hohlmaßen für Trockenes und Flüssiges. *Societas Scientiarum Fennica. Commentationes Humanarum Litterarum* **XIX**, No. 2 (1953).

Ventris, M. and J. Chadwick: Evidence for Greek dialect in the Mycenaean archives. *Journal of hellenic studies* **73**, 84—105 (1953).